

גישת ההעדפה הנגלית

1

נושאי השיעור

- העדפה נגלית
- הפן התיאורטי
- הפן המעשי
 - סטאטיקה השוואתית
 - מדדי כמויות
 - מיסים עקיפים לעומת מיסי גולגולת
- מדדי מחירים
- הקשרים בין המדדים השונים

2

הפן התיאורטי

- אנו צופים בסלים אותם בוחר הפרט עבור קבוצות תקציב שונות.
- סלים אלו חושפים (מגלים) אינפורמציה לגבי העדפות הפרט.
- ניתן להשתמש באינפורמציה זו בשתי צורות:
 - אימות או הזמת ההנחה שצרכן ממקסם את רווחתו
 - שחזור מערכת ההעדפות של הצרכן

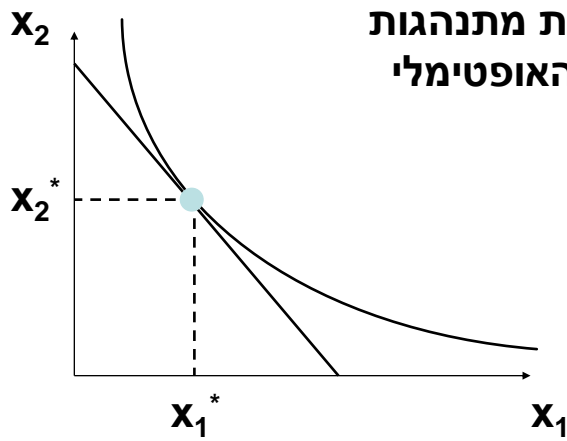
3

הפן התיאורטי - הנחות

- העדפות הצרכן אינן משתנות
- עקומות האדישות מתנהגות "ממש יפה"
- ההעדפות מונוטוניות עולות ממש

4

משמעות ההנחות



אם עקומות האדישות מתנהגות
"ממש יפה", הסל האופטימלי
הינו יחיד.

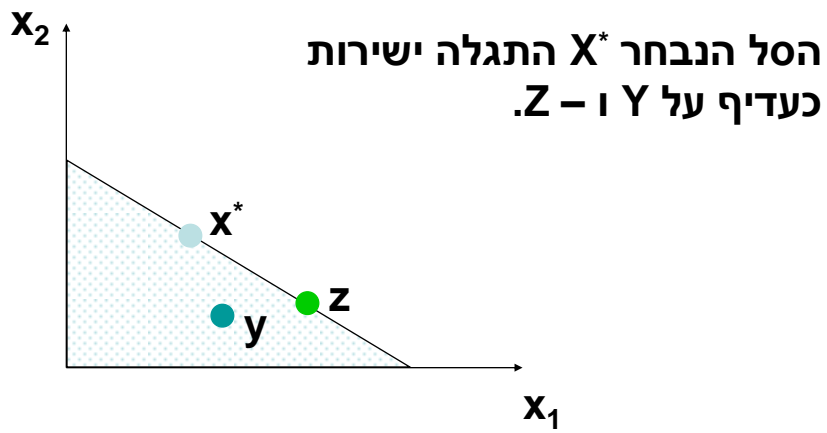
5

התגלה ישירות כעדיף ל -

- אם ניתן היה לקנות את סל Y כאשר הסל X^* נקנה, אזי X^* התגלה כעדיף ישירות על Y .

6

יחס ההעדפה הישיר



7

יחס ההעדפה הישיר

את העובדה ש X התגלה כעדיף ישירות על

Y מסמנים ב $- Y$ DRP X

8

האקסיומה החלשה של העדפה נגלית (WARP)



Paul A. Samuelson, 1915-
**A Note on the Pure Theory of Consumer's
Behaviour** P. A. Samuelson
Economica, New Series, Vol. 5, No. 17.
(Feb., 1938), pp. 61-71.

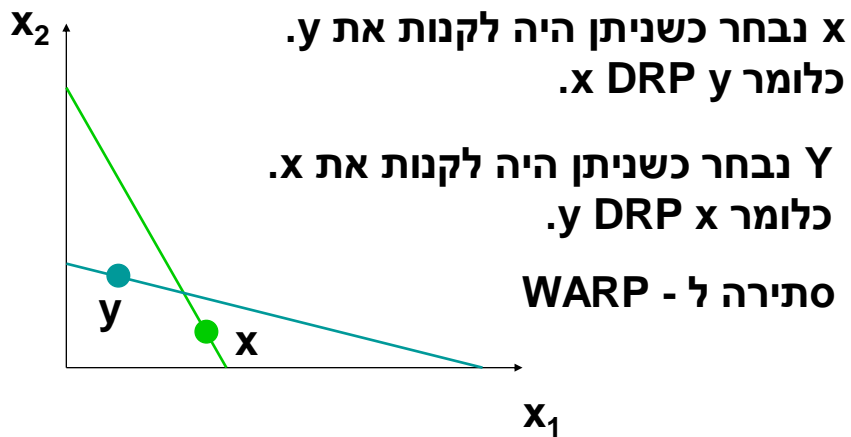
9

האקסיומה החלשה של העדפה נגלית סמואלסון (1938)

- אם $X \succ Y$ אזי לא יתכן $X \succcurlyeq Y$.
- כלומר אם קיים צירוף מחירים והכנסה בו X התגלה ישירות כעדיף על Y , לא קיים צירוף מחירים הכנסה בו Y מתגלה ישירות כעדיף על X .

10

הפרה "טיפוסית" של ה WARP



11

יחס ההעדפה העקיף

אם X התגלה ישירות כעדיף על Y , ו- Y התגלה ישירות כעדיף על Z , אזי X התגלה בעקיפין כעדיף על Z .

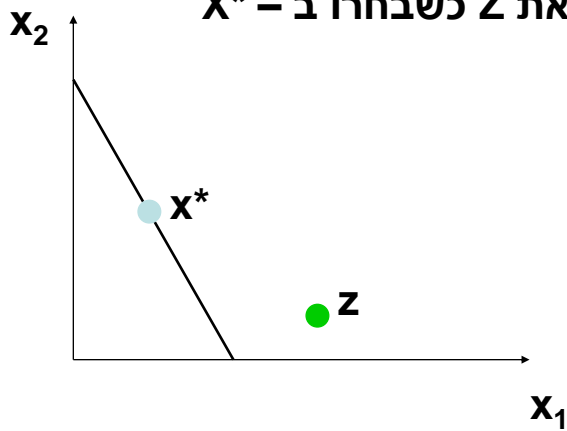
כלומר

$X \text{ DRP } Y \text{ and } Y \text{ DRP } Z \rightarrow X \text{ IRP } Z$

12

התגלה בעקיפין כעדיף ל -

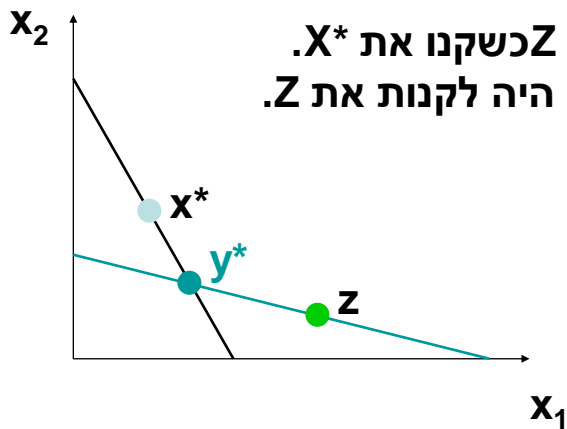
לא ניתן לקנות את Z כשבחרו ב - X^*



13

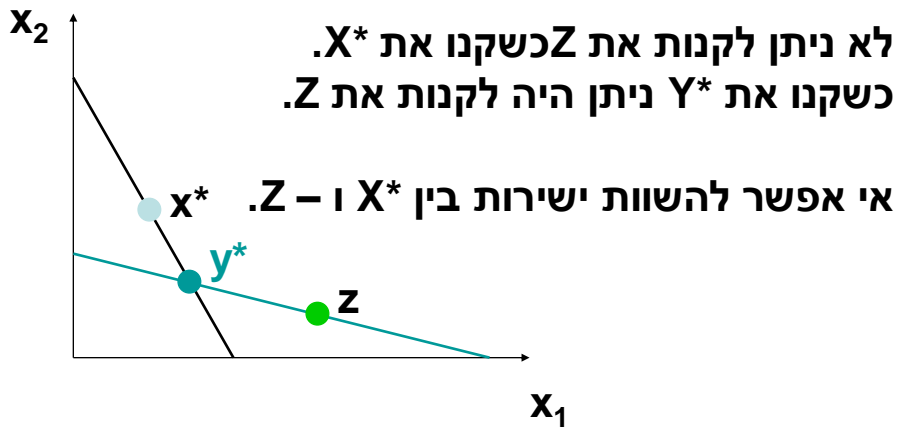
התגלה בעקיפין כעדיף ל -

לא ניתן לקנות את Z כשקנו את X^* .
כשקנו את Y^* ניתן היה לקנות את Z .



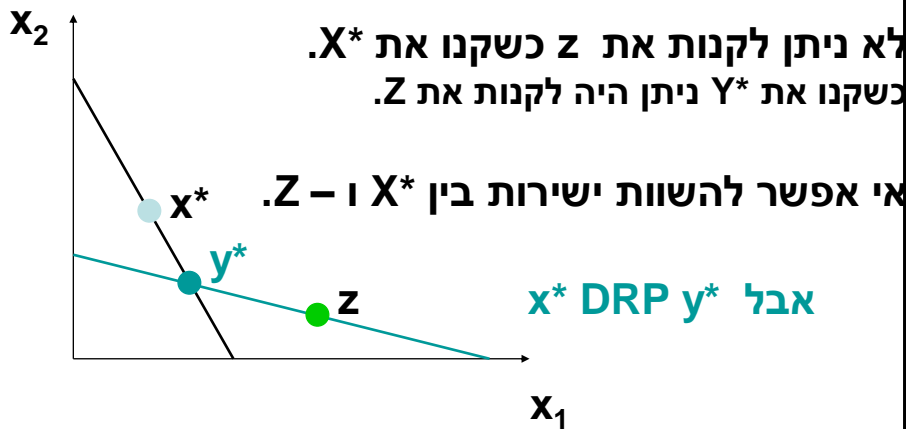
14

התגלה בעקיפין כעדיף ל -



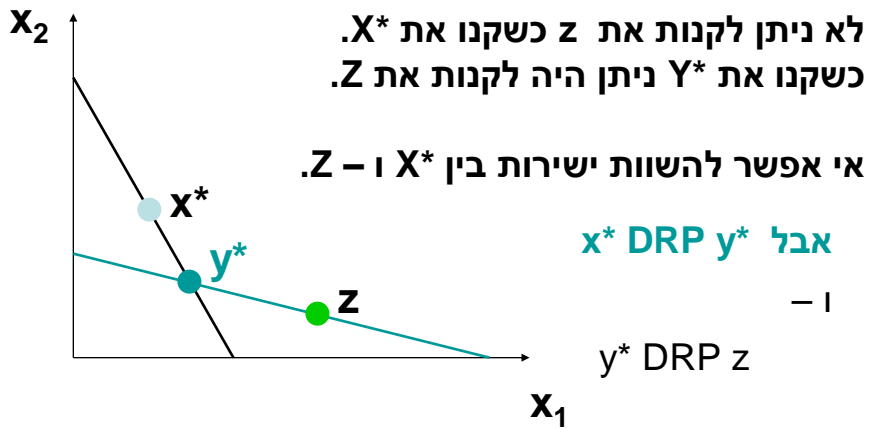
15

התגלה בעקיפין כעדיף ל -



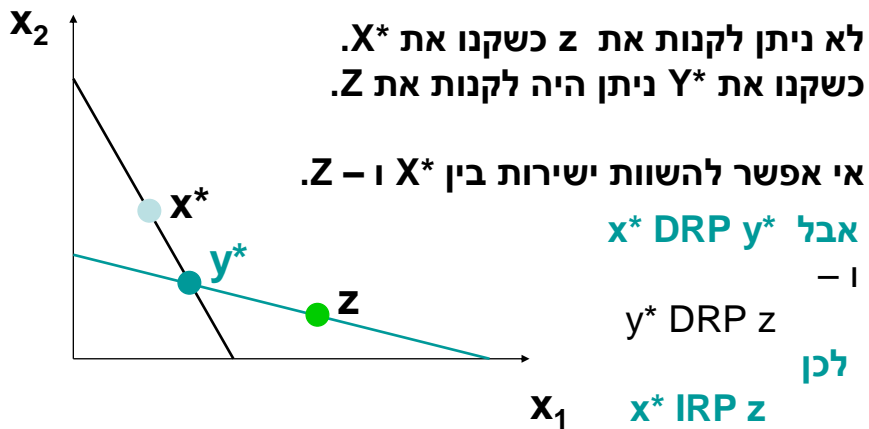
16

התגלה בעקיפין כעדיף ל -



17

התגלה בעקיפין כעדיף ל -



18

האקסיומה החזקה של העדפה נגלית (SARP)



Hendrik S. Houthakker 1924 - 2008

Revealed Preference and the Utility Function
Economica, New Series, Vol. 17, No. 66. (May, 1950), pp. 159-174.

19

האקסיומה החזקה של העדפה נגלית (1950) Houthakker

- אם $Y \text{ IRP } X$ אזי לא יתכן $X \text{ IRP } Y$.
- כלומר אם קיימת סדרת צירופים של מחירים והכנסה שמראה כי X עדיף בעקיפין על Y , לא קיימת סדרת צירופים של מחירים והכנסה שתראה כי Y עדיף בעקיפין על X .

20

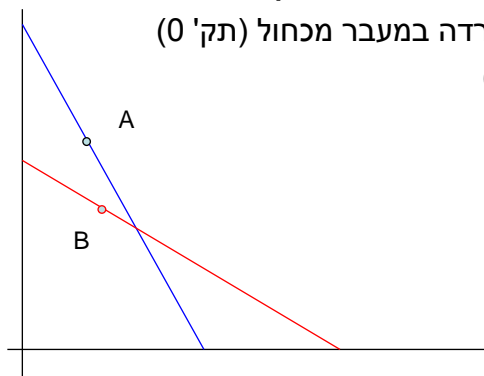
העדפה נגלית - הפן המעשי

- סטאטיקה השוואתית
 - כיצד משתנה רווחתו של הפרט בין שתי תקופות?
 - כיצד משתנות הכמויות הנבחרות?
- השוואה בין מס עקיף ומס גולגולת

21

השוואות רווחה בין שתי תקופות

- A בתק' הכחולה ו B בתק' האדומה
רווחת הפרט ירדה במעבר מכחול (תק' 0)
לאדום (תק' 1)

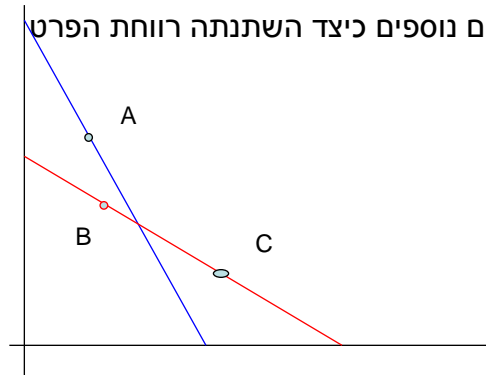


22

השוואות רווחה בין שתי תקופות

• A בתק' הכחולה ו - C בתק' האדומה

אין לדעת ללא נתונים נוספים כיצד השתנתה רווחת הפרט בין שתי התקופות.

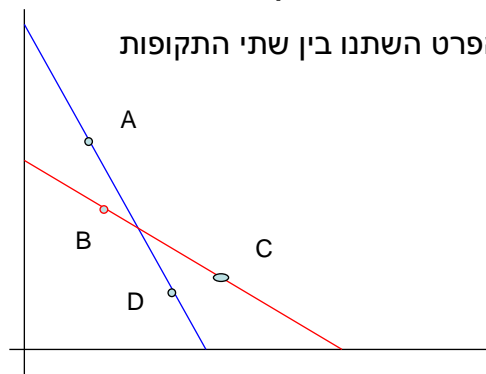


23

השוואות רווחה בין שתי תקופות

• D בתק' הכחולה ו - B בתק' האדומה

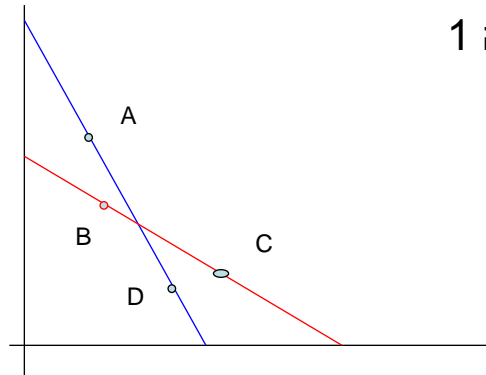
ככל הנראה טעמי הפרט השתנו בין שתי התקופות



24

מדדי כמויות ומעברים בין התקופות

כחול – תקופה 0
 אדום – תקופה 1



25

מדד הכמויות של לספר - Q_L

מדד הכמויות של לספר מסומן ב - Q_L ומוגדר על

$$Q_L = \frac{\sum_{i=1}^n P_i^0 X_i^1}{\sum_{i=1}^n P_i^0 X_i^0} \quad \text{ידי:}$$

P_i^0 הנו המחיר של מוצר i בתקופה 0.

X_i^0 הכמות הנצרכת ממוצר i בתקופה 0.

X_i^1 הכמות הנצרכת ממוצר i בתקופה 1.

$Q_L \leq 1$ בתקופה 0 הפרט יכול לקנות את הסל של

תקופה 1 ולכן סביר שמצבו הורע.

זה למעשה המעבר מ A ל B .

$Q_L > 1$ אין לדעת מה קרה לרווחת הצרכן, זה המעבר

מ A ל C .

במדד לספר מתבססים על מחירי תקופה 0.

מדדי כמויות מאפשרים לנו לתת תשובה "מהירה"

ביחס לשינויים ברווחתו של הפרט.

26

מדד הכמויות של פש - Q_P

מדד הכמויות של פש מסומן ב - Q_P ומוגדר על

$$Q_P = \frac{\sum_{i=1}^n P_i^1 X_i^1}{\sum_{i=1}^n P_i^1 X_i^0} \quad \text{ידי:}$$

P_i^1 הנו המחיר של מוצר i בתקופה 1.

X_i^0 הכמות הנצרכת ממוצר i בתקופה 0.

X_i^1 הכמות הנצרכת ממוצר i בתקופה 1.

$Q_P \geq 1$ בתקופה 1 הפרט יכול לקנות את הסל של

תקופה 0 ולכן סביר שמצבו הוטב.

זה למעשה המעבר מ - D ל - C .

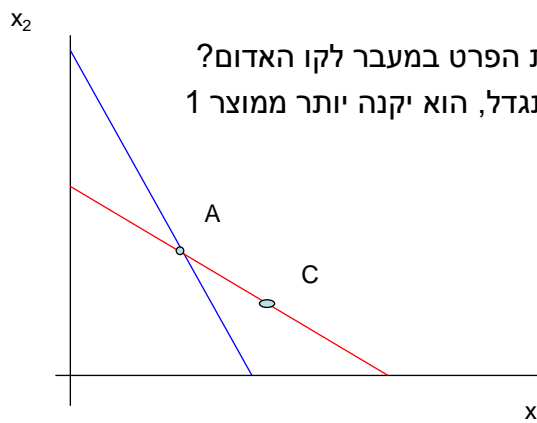
$Q_P < 1$ אין לדעת מה קרה לרווחת הצרכן, זה המעבר

מ A ל C .

27

במדד פש מתבססים על מחירי תקופה 1.

עוד השוואות רווחה בין שתי תקופות



• A בתק' הכחולה

• כיצד תשתנה רווחת הפרט במעבר לקו האדום?

• רווחתו בדרך כלל תגדל, הוא יקנה יותר ממוצר 1 ופחות ממוצר 2.

28

הסבר אנליטי לגרף הקודם

ראשית העובדה שהצרכן בחר ב A גוררת שב A – עקומת האדישות השיקה לקו תקציב.

הקו השטוח יותר בדרך כלל יחתוך לכן את עקומת האדישות דרך A.

לאור זאת לא כדאי להישאר ב A אלא כדאי לזוז (במצב זה) ימינה לנקודה כמו C (לצרוך יותר מ- x_1 ופחות מ- x_2).

לאותה מסקנה ניתן להגיע על ידי השוואת MRS ויחס המחירים. ה- MRS ב A גבוה מיחס המחירים החדש לכן:

$$\text{וכדאי} \quad \frac{MU_1}{MU_2}(A) > \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{MU_1}{P_1} > \frac{MU_2}{P_2}$$

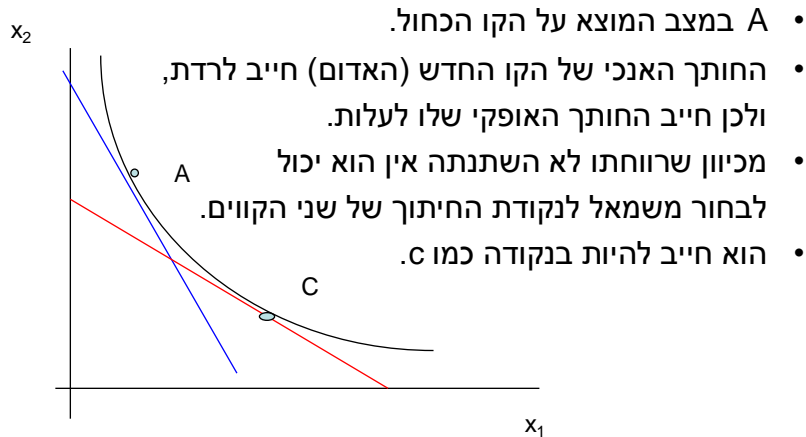
לעבור מ- A למצב בו מוציאים יותר על x_1 ופחות על x_2 .

ההסתייגות של "בדרך כלל" נובעת מכך שיתכן ולעקומת האדישות יש "פינה" ב- A.

השוואת רווחה וכמויות בין שתי תקופות

- במצב המוצא קנה הפרט סל A במחירים P_1^0 ו- P_2^0 . תמורת דמי מנוי בסך F יכול הפרט לקנות את מוצר 1 במחיר $P_1^1 < P_1^0$.
- הפרט אדיש בין שתי האפשרויות.
- ציירו מערכת העדפות וקווי תקציב המתאימה למצב מעין זה, והסבירו כיצד משתנות הכמויות הנבחרות בשתי התקופות.

השוואות רווחה בין שתי תקופות



31

הנטל העודף של מס עקיף

- אנו רוצים להשוות את רווחת הצרכן והכמויות אותן הוא בוחר לקנות תחת שתי האלטרנטיבות הבאות:
- אלטרנטיבה 1
 - מס עקיף בשיעור t על צריכת X_2
 - נניח כי סך המס הנגבה הינו T .
- אלטרנטיבה 2
 - "מס גולגולת" בשיעור T . כלומר הורדת הכנסתו של הצרכן ב T (ללא קשר לכמויות בהן יבחר).

32

הנטל העודף של מס עקיף - 1

- הצרכן יעדיף בדרך כלל את אלטרנטיבה 2.
- "פער הרווחה" בין שתי האלטרנטיבות מהווה את הנטל העודף של המס העקיף.
- מדוע יעדיף הצרכן את אלטרנטיבה 2?

33

הנטל העודף של מס עקיף - 2

בעיית הצרכן בהינתן מס עקיף הינה:

$$\text{Max } U(x_1, x_2)$$

S.T.

$$p_1 x_1 + (p_2 + t) x_2 = m$$

הצרכן יבחר סל (x_1^*, x_2^*) המקיים:

$$MU_1 / MU_2 = p_1 / (p_2 + t)$$

$$p_1 x_1^* + (p_2 + t) x_2^* = m$$

לאור זאת תקבולי המס הינם: $t x_2^*$

בעיית הצרכן בהינתן מס גולגולת הינה:

$$\text{Max } U(x_1, x_2)$$

S.T.

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m - t x_2^*$$

הצרכן יבחר סל (x_1^{**}, x_2^{**}) המקיים:

$$MU_1 / MU_2 = p_1 / p_2$$

$$p_1 x_1^{**} + p_2 x_2^{**} = m - t x_2^*$$

האם ניתן לקנות את סל ה- $*$ במחירים ובהכנסה של מס הגולגולת?

כן ! מאחר ו- $p_1 x_1^* + p_2 x_2^* > m - t x_2^*$ שזו עלות הסל שווה

ל- $m - t x_2^*$ שהינה בדיוק הכנסת הפרט עם מס הגולגולת.

34

הנטל העודף של מס עקיף – דוג'

העדפות הפרט: $U(x_1, x_2) = x_1^{0.5} + 2x_2^{0.5}$

המחירים וההכנסה: $p_1=2$ $p_2=1$ $m=330$

המס הינו בשיעור $t=2$ על מוצר 2.

הבעיה אותה פותר הפרט בהינתן המס העקיף הינה:

$$\text{Max } x_1^{0.5} + 2x_2^{0.5}$$

$$\text{S.T. } 2x_1 + (1+2)x_2 = 330$$

מפתרון בעיה זו מתקבל:

$$x_1=45 \quad x_2=80 \quad u=24.5967$$

כלומר סך המס הנגבה הינו: $2 \times 80 = 160$

35

הנטל העודף של מס עקיף – דוג'

הבעיה אותה פותר הפרט בהינתן מס הגולגולת

בשיעור 160 הינה:

$$\text{Max } x_1^{0.5} + 2x_2^{0.5}$$

$$\text{S.T. } 2x_1 + x_2 = 330 - 160 = 170$$

מפתרון בעיה זו מתקבל:

$$x_1=85/9 \quad x_2=1360/9 \quad u=27.6586$$

שימו לב שעם מס גולגולת ניתן לקנות את הסל

$(45, 80)$

36

מדדי מחירים

- כיצד נכמת את עליית המחירים?
- אם כל המחירים עלו באותו שיעור של 10%, התשובה ברורה.
- מה נעשה כאשר מחירים שונים עולים בשיעור שונה?
- ניקח ממוצע של שינויי המחירים.
- מהם המשקלות? למדדים שונים מתאימים משקלות שונים.

37

מדד המחירים של לספר

מדד לספר משקלל את העליות לפי אחוז ההוצאה על כל מוצר בתקופה 0 (סל המוצא).

לדוגמה נניח כי בתקופת המוצא, ההוצאה על מוצר X_1 היוותה 40% מסך ההוצאה, וההוצאה על מוצר X_2 היוותה 60% מסך ההוצאה, מחיר X_1 עלה ב 30% ומחיר X_2 עלה ב 50% אזי מדד לספר יינתן על ידי:

$$P_L = 0.4 \times 1.3 + 0.6 \times 1.5 = 1.42$$

כלומר המחירים לפי לספר עלו ב 42%.

38

מדד המחירים של לספר - 1

מדד לספר ב"אותיות"

המשקל שניתן לכל עליית מחיר יסומן ב- α^i ויוגדר על ידי:

$$\alpha^i = \frac{P_i^0 X_i^0}{P^0 X^0}$$

$$P^j X^k = \sum_{i=1}^n P_i^j X_i^k \text{ כאשר}$$

מדד לספר ניתן על ידי:

$$P_L = \sum_{i=1 \dots n} \alpha_i \frac{P_i^1}{P_i^0} = \sum_{i=1 \dots n} \frac{P_i^0 X_i^0}{P^0 X^0} \frac{P_i^1}{P_i^0} = \frac{P^1 X^0}{P^0 X^0}$$

מדד זה "מוטה כלפי מעלה" הוא מגזים בעליית המחירים.

הגזמה זו נובעת מכך שהוא משקלל עליות לפי סל המוצא

ומתעלם מהשינויים בדפוסי הצריכה שנובעים מעליית

המחירים.

מדד לספר - פיצוי

פיצוי על עליית המחירים לפי לספר מתבצע על ידי

תוספת הכנסה בשיעור $(P_L - 1)$ אחוזים.

אם נחזור לדוגמה הקודמת, פיצוי לפי לספר פירושו

לתת לפרט תוספת יוקר של 42%.

פרט עם הכנסה $P^0 X^0$ העומד כעת מול מחירים P^1

ומקבל פיצוי לפי מדד לספר יקבל בסיכומו של דבר

את ההכנסה:

$$P^0 X^0 + P^0 X^0 \left(\frac{P^1 X^0}{P^0 X^0} - 1 \right) = P^1 X^0$$

מתן פיצוי על עליית המחירים לפי לספר מאפשר

לפרט לקנות את הסל של תקופה 0 במחירי תקופה

1. ברור לכן שפיצוי כזה מגדיל את רווחתו של

הפרט.

מדד לספר משיקולי "רווחה"

למדד לספר ניתן גם להגיע משיקולי "רווחה".

מתחילים מהסל של תקופה 0 ושואלים מהי ההכנסה המינימאלית בתקופה 1 שתאפשר לפרט לשמור על אותה רמת רווחה כמו בתקופה 0. התשובה לשאלה זו כמובן תלויה בהעדפותיו של הפרט.

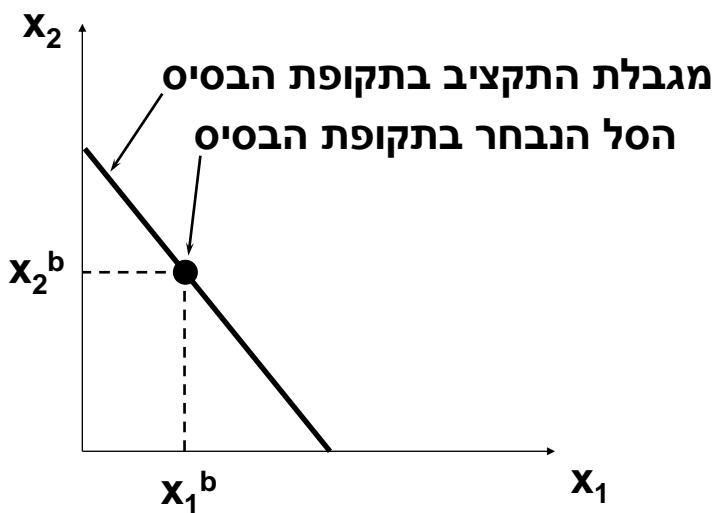
קירוב לתשובה ניתן על ידי אותה רמת הכנסה שתאפשר לפרט לרכוש את הסל של תקופה 0 בתקופה 1. הכנסה זו הינה $P^1 X^0$. היחס בין שתי

ההכנסות $\frac{P^1 X^0}{P^0 X^0}$ הנו מדד המחירים של לספר.

מכיוון שהכנסה $P^1 X^0$ מאפשרת לפרט בדרך כלל להגיע לרמת רווחה גבוהה יותר מזו של תקופה 0, שוב רואים כי מדד לספר מגזים בעליית המחירים והפיצוי לפי לספר הינו פיצוי יתר.

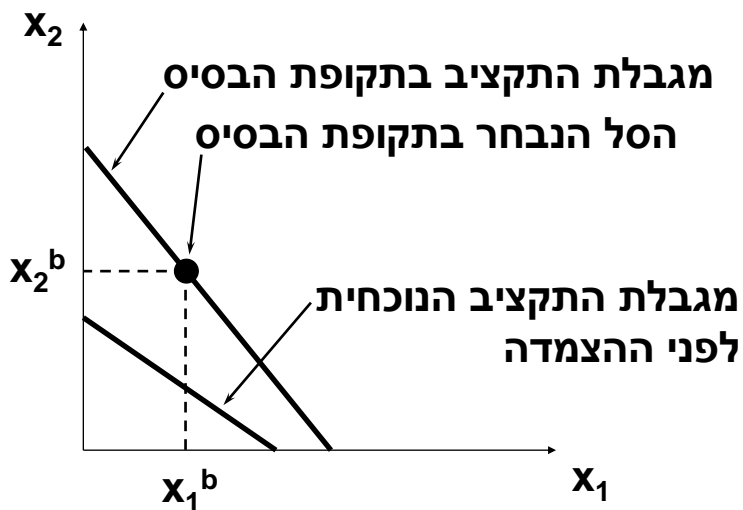
41

הצמדה מלאה – הצגה גראפית



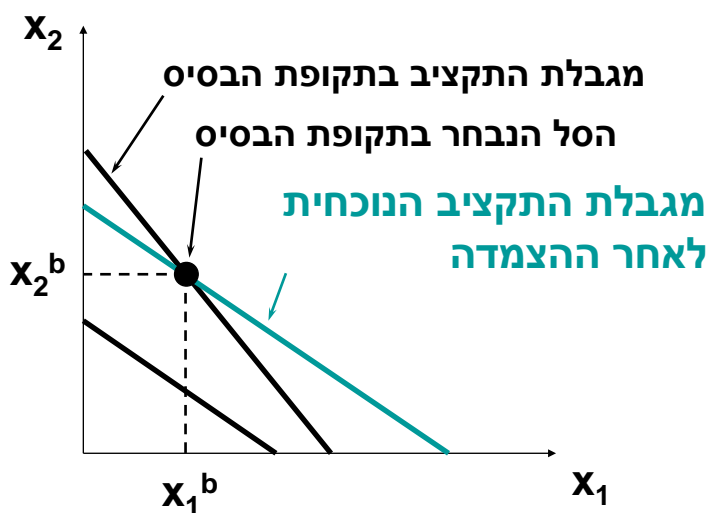
42

הצמדה מלאה – הצגה גראפית



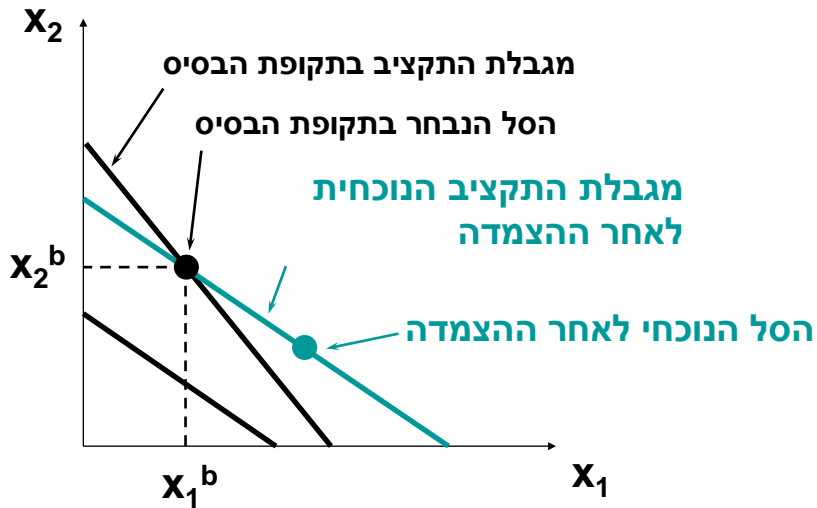
43

הצמדה מלאה – הצגה גראפית



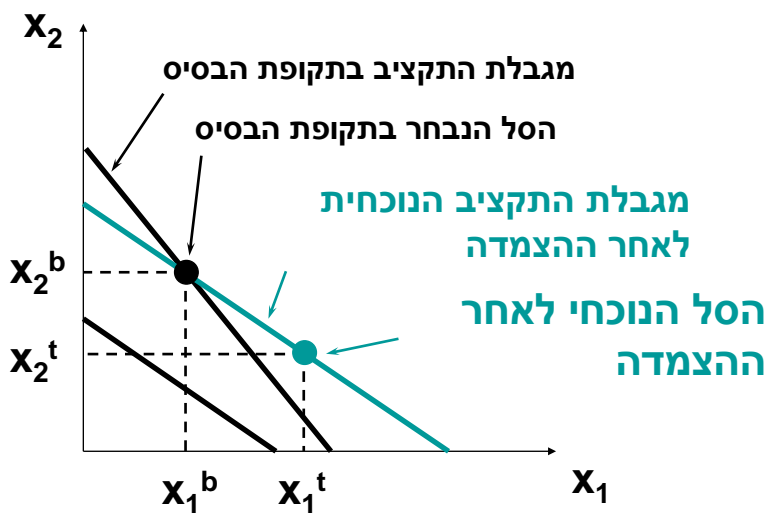
44

הצמדה מלאה – הצגה גראפית



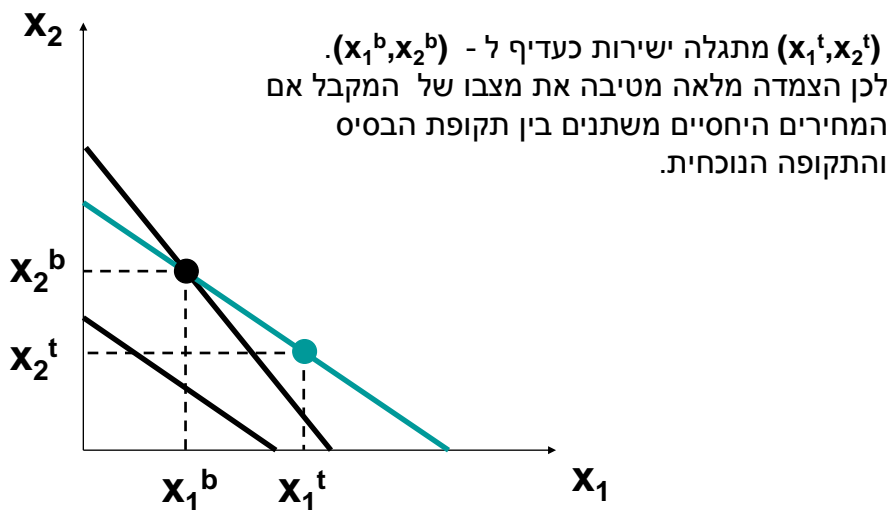
45

הצמדה מלאה – הצגה גראפית



46

הצמדה מלאה – הצגה גראפית



47

מדד המחירים של פש

מדד המחירים של פש מסומן ב P_P ומוגדר על ידי:

$$P_P = \frac{P^1 X^1}{P^0 X^1}$$

מדד זה הינו ממוצע משוקלל של עליות המחירים
כאשר המשקל הניתן לעליית מחירו של מוצר i הינו
אחוז ההוצאה על מוצר זה בסל של תקופה 1 לפי
מחירי תקופה 0.

48

מדד המחירים של פש - 1

מדד פש ב"אותיות"

המשקל שינתן לכל עליית מסומן ב- β_i ויוגדר

$$\beta_i = \frac{P_i^0 X_i^1}{P^0 X^1} \text{ על ידי:}$$

ומדד פש ניתן על ידי:

$$\sum_{i=1 \dots n} \beta_i \frac{P_i^1}{P_i^0} = \sum_{i=1 \dots n} \frac{P_i^0 X_i^1}{P^0 X^1} \frac{P_i^1}{P_i^0} = \frac{P^1 X^1}{P^0 X^1}$$

מדד זה "מוטה כלפי מטה" הוא ממעיט בעליית המחירים. המעטה זו נובעת מכך שהוא משקלל עליות לפי סל הסיום ומתעלם מהשינויים בדפוס הצריכה שנובעים מעליית המחירים. שימו לב שמדד פש אינו רלוונטי לשאלת הפיצוי מאחר והוא מתייחס לסל שלאחר השינוי.

מדד פש משיקולי רווחה

מתחילים מהרווחה בתקופה 1 ושואלים מהי ההכנסה המינימאלית בתקופה 1 במחירי תקופה 0, שתאפשר לפרט לשמור על אותה רמת רווחה כמו בתקופה 1.

התשובה לשאלה זו כמובן תלויה בהעדפותיו של הפרט. קירוב לתשובה ניתן על ידי אותה רמת הכנסה שתאפשר לפרט לרכוש את הסל של תקופה 1 במחירי תקופה 0. הכנסה זו הינה $P^0 X^1$. היחס בין שתי ההכנסות (ההכנסה בתקופה 1

וההכנסה המינימלית) $\frac{P^1 X^1}{P^0 X^1}$ הנו מדד המחירים

של פש. מכיוון שההכנסה $P^0 X^1$ מאפשרת לפרט בדרך כלל להגיע לרמת רווחה גבוהה יותר מזו של תקופה 1, המכנה "גדול מדי" ושוב רואים כי **מדד פש ממעיט בעליית המחירים.**

מדד ההכנסה הכספית

מדד ההכנסה הכספית מסומן ב E ומוגדר על ידי:

$$E = \frac{P^1 X^1}{P^0 X^0}$$

מדד זה מראה מהו אחוז הגידול בהכנסה הנומינלית בין שתי התקופות.

ניתן לראות כי:

$$\frac{E}{P_P} = Q_L \quad - \quad \frac{E}{P_L} = Q_P$$

הקשר בין המדדים "דרך E"

ראינו כי $Q_P \geq 1$ מבטא שיפור במצב.

ניתן להבין זאת בצורה הבאה: $Q_P \geq 1$ מראה

שההכנסה הריאלית לא ירדה לפי מדד לספר,

שכאמור מגזים בעליית המחירים, ולכן חל שיפור

במצב.

לעומת זאת כאשר $Q_P < 1$ אין לדעת מה קרה לרווחת

הפרט, ואנו מבינים זאת כעת באופן הבא: $Q_P < 1$

אומר אמנם שההכנסה הריאלית לפי לספר ירדה, אך

מאחר שלספר מגזים בעליית המחירים אין הדבר

בהכרח גורר הרעה במצב הצרכן.

ניתן כמובן להגיע למסקנות דומות עבור Q_L .

דוגמה מספרית למדדים

פונקציית התועלת של הפרט ניתנת על ידי:

$$U(X_1, X_2) = X_1 + \ln(X_2)$$

בתקופה 0 מחירי X_1 ו- X_2 הם 1 והכנסת הפרט היא 4.

בתקופה 1 מחירי X_1 ו- X_2 הם 3 ו- 7 בהתאמה. חשבו את הסל אותו קונה הפרט בכל תקופה.

תשובה

בתקופה 0 הסל הינו $X_1=3$ $X_2=1$
בתקופה 1 הסל הינו $X_1=1/3$ $X_2=3/7$
מהו מדד לספר? (תשובה 4)
מהו מדד פש? (תשובה 5.25)

כל מדד מוטה לעומת "גודל אידיאלי" אחר, ולכן בחישוב מספרי עבור כל בעיה ובעיה אין לדעת מה יהיה היחס בין שני המדדים.

53

מדדים ב – "עולם הרחב"

מדד נפוץ לעליית מחירים במאקרו כלכלה הנו ה –

GDP DEFLATOR

$$\frac{GDP \text{ in nominal prices}}{GDP \text{ in constant prices}}$$

הניתן על ידי היחס

במדד זה נכנסים הרבה יותר מחירים מאשר במדד יוקר המחיה (CPI).

ה – CPI הינו מדד לספר המבוסס על סל ממוצע. ה – CPI לעומת ה – GDP DEFLATOR גם מתחשב במחיר מוצרי יבוא.

רוב מדדי המחירים המופיעים בפרסומי הלשכות הסטטיסטיות הינם מדדי לספר.

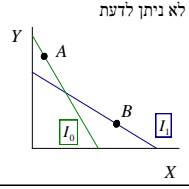
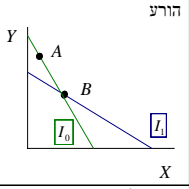
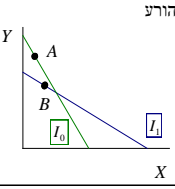
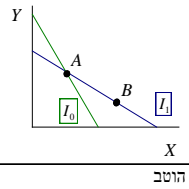
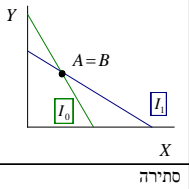
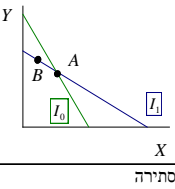
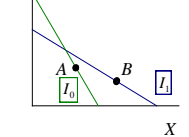
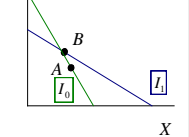
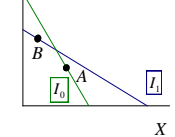
54

מדדים - הערות

- נקודות "בעייתיות" במדדי מחירים
- המדדים אינם מהווים פיצוי הולם עבור פרטים הצורכים סל שונה מהסל שעליו מבוסס המדד.
- כיצד מתייחסים להעלמות והוספת מוצרים?
- כיצד מתייחסים לשינויים במוצר (מחשבים אישיים)?

55

"כל" הוריאציות על המדדים

	$Q_L > 1$ (I ₀ לא אפשרי ב B)	$Q_L = 1$ (I ₀ אפשרי בדיוק ב B)	$Q_L < 1$ (I ₀ אפשרי ב A)
$Q_p < 1$ (לא אפשרי A) אפשרי (B, I ₁)	לא ניתן לדעת 	הורע 	הורע 
$Q_p = 1$ (אפשרי A) (בדיוק ב I ₁)	הוטב 	אותו סל (פונקצית מינימום) 	סתירה 
$Q_p > 1$ (אפשרי A) (ב, I ₁)	הוטב 	סתירה 	סתירה 

56

האנשים מאחורי המדדים



Etienne Laspeyres
Etienne Laspeyres (1834-1913)



Hermann Paasche (1851-1925)